# M-bonacci 数列に関する研究

理数科 2 年　　紙田　恵治　　田尾　稔　　樋口　裕二　　藤原　侃汰
指導教諭　　近藤　弘法

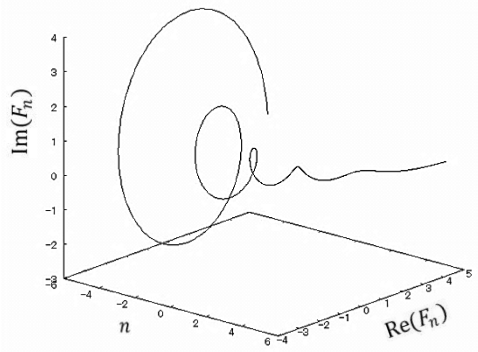
## 1　研究の動機・目的

近年でも Fibonacci 数列についての研究が世界的に行われている。私たちも、Fibonacci 数列のもつ美しい性質に魅了され、研究を始めた。Fibonacci 数列は自然界にも多く現れることで有名であるが、私たちは、その数式自体の数学的性質に重点をおいて研究した。

## 2　研究の概要

- Fibonacci 数列の漸化式を用いた負の数への拡張
- Fibonacci 数列の一般項を用いた実数への拡張 (Fibonacci 関数)
- 複素数平面を用いた Fibonacci 関数のグラフ化
- Fibonacci 数列の性質
- M-bonacci 数列について

(図 1)




Fibonacci 数列を実数に拡張したときのグラフ
右下に向かう軸が$n$軸、右上に向かう軸が実軸、上に向かう軸は虚軸

## 3　性質の例

下の表はパスカルの三角形を左にそろえたものである。線で区切られた部分の総和に Fibonacci 数列が現れる。

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | 1 | | | | | | |
| *1* | 1 | 1 | | | | | |
| *2* | 1 | 2 | 1 | | | | |
| *3* | 1 | 3 | 3 | 1 | | | |
| *5* | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | |
| *8* | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | |
| *13* | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |

・Fibonacci 数列で成り立つ数式

$$F_{m+1}F_n - F_{n+1}F_m = F_1 \cdot F_{m-n} \cdot (-1)^{n+1} \ , \quad F_n = (-1)^{n+1}F_{-n} \ , \quad F_a \cdot (F_{a+1} + F_{a-1}) = F_{2a}$$

## 4　結論

Fibonacci 数列$\{F_n\}$の$n$を、一般項を用いて整数から実数に拡張し、1 年生のときに研究した複素数平面と合わせることで、図 1 のようなグラフを得ることに成功した。さらに、前回の問題点であった、「実数に拡張した一般項が漸化式を満たすかどうか」ということについての証明にも成功した。最終目標の M-bonacci 数列については、一般項を求めるには至らなかったが、場合の数の考え方を用いて数式化することに成功した。一方で、Fibonacci 数列で発見した性質を M-bonacci 数列に拡張することはできなかった。

## 5　参考文献

線型代数　(中島惇、石川洋文　著)
フィボナッチ数の小宇宙　(中村滋　著)
フィボナッチ数・再帰数列　(ヴォロビエフ、マルクシェヴィチ　著)
線形代数入門　(松坂 和夫　著)