

# 隣接三項間漸化式の特性方程式の解による一般項の値の変化について

理数科二年 木村 公亮 重見 遼真  
蔵本 恵介 松木 優一郎  
指導教諭 近藤 弘法 樽古 智木

## Abstract

Our study target is the recurrence formula between contiguity 3 clauses whose characteristic equation's solutions are imaginary number.

We made a computer program to analyze it and we studied what fixes the value of general term through its data.

### 1 目的

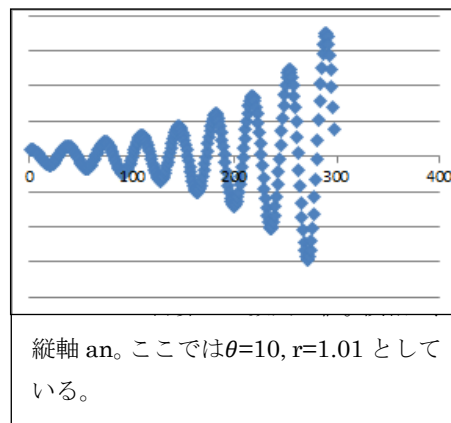
隣接三項間漸化式  $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$  の特性方程式  $x^2 + px + q = 0$  が虚数解  $x = r(\cos \theta \pm i \sin \theta)$  をもつ場合に、一般項  $a_n$  がどのように表されるか、またその数列の性質を調べる。

### 2 方法

(1) マイクロソフトのエクセルを利用して隣接三項間漸化式から各項を計算するプログラムを作り、特性方程式が虚数解をもつような係数を代入して計算させる。

(2) その結果をもとに規則性を推測し、性質を考える。

また隣接三項間漸化式の一般項を三角関数や複素数平面の知識を利用して求める。 $n$  を拡張することを考え、実数範囲まで拡張し、グラフを作成する。



### 3 結果

特性方程式が虚数解をもつ隣接三項間漸化式の一般項は、初項 $a_1$ 、第2項 $a_2$ 、複素数の絶対値を

$r$ 、偏角を  $\theta$  とすると、 $a_n = \frac{r^{n-2} \sin(n-1)\theta}{\sin \theta} a_2 - \frac{r^{n-1} \sin(n-2)\theta}{\sin \theta} a_1$  と表すことができた。このことから、 $n \rightarrow \infty$  のとき  $r$  の値によって数列  $\{a_n\}$  の値が発散もしくは収束することが分かる。また、一般項に三角関数が含まれているため、値が周期的に現れると考えられる。

### 4 考察

現在、 $n$  を実数まで拡張し関数として考えることで、グラフを作成しようと考えている。しかし、得られた一般項が実数の範囲において成り立つかどうかまだ分からないため、検証する必要がある。

### 5 結論

三角関数や複素数平面の考え方をを用いて、特性方程式が虚数解を持つ隣接三項間漸化式の一般項を求めることができた。今後は  $n$  を実数まで拡張し、グラフを作成したい。

### 6 参考文献、キーワード

<http://mino-mathematics.blog.so-net.ne.jp/2010-07-01>

[http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/koukou/de\\_moivre1.htm](http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/koukou/de_moivre1.htm)

[https://www.chart.co.jp/subject/sugaku/suken\\_tushin/73173-9.pdf](https://www.chart.co.jp/subject/sugaku/suken_tushin/73173-9.pdf)

<http://www.ee.t-kougei.ac.jp/tuushin/lecture/math1/htdocs/complex/poler/index.html>

<http://www.fbs.osaka-u.ac.jp/labs/skondo/saibokogaku/fibonacchi.html>

「負の数学」著アルベルト・A・マルティネス

隣接三項間漸化式、特性方程式、三角関数、複素数平面、極形式、ド・モアブルの定理