

回転式並べ替えゲームの解き方 ～あみだくじの性質を用いて～

理数科 2年 矢野 雅和 重松 孝宏
 上田 耕平 渡邊 拓
 指導教諭 福澤 純治

Abstract

We created a new kind of activity to stimulate logical thinking. The aim is to align the polygons in the least amount of moves, as possible. We have analyzed the activity mathematically using the system of Amidakuji.

1 目的

あみだくじは隣り合う 2 つのものの入替え操作（以下置換とする）を複数回繰り返すときの手順図という見方ができる。その手順図から置換の性質を見つけ、考案したカードの並べ替えゲームに応用して並べ替えの手順を数学的に考察し、手順図としてのあみだくじを作成する。

2 方法

ゲームのルールは以下の通りとする。

- ・ m 枚、n 角形の異なるカードを任意の順番、任意の向きに横 1 列に並べる。
- ・ 隣り合う 2 枚を入れ替え、同時に時計回りに 1 頂点分ずつ回転させる操作を繰り返し行う。
- ・ 指定された順番、向きを再現してその手順を「解」とする。（図は m=3, n=3）

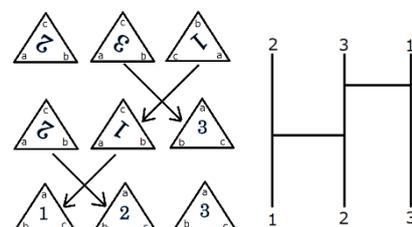


図1 カードの移動とあみだくじ

- ・ 指定された順番、向きを再現してその手順を「解」とする。（図は m=3, n=3）

まず 3 枚 3 角形の場合について考察する。あみだくじによる置換の性質を文献で調べ、本ゲームに応用する。その性質を文字で表し演算を定義して、数学的に考察する。

3 結果

あみだくじには横棒を省いて簡略化できるコクセター関係式があり、それを本ゲームに応用し 4 種類のコクセター関係式を見つけた。それを利用して並べ替えの手順を演算によって導き出し、手順図となるあみだくじを作成することができた。

4 考察

演算によって定められた手順をあみだくじとして表記し、コクセター関係式を用いて横棒を省いていくことで最少手数が求まると考えた。しかし、最少手数に近づくためのコクセター関係式が今回利用したもの以外にも多数あると考えられ、最少手数を特定することは難しい。また、演算の過程から 15 手以内ですべての並べ替えが可能であり、n が 3 以上の奇数であれば m がどのような自然数でもゲームの解は存在すると考えられる。

5 結論

n が 3 以上の奇数のとき、m がどのような自然数をとってもゲームの解は存在し、

多くても $(n-1)(2m+2) + \frac{m(m-1)}{2} - 2$ 手以内で指定された並びを再現できる。

6 参考文献

小林雅人(2011)「数学のかんどころ 5 あみだくじの数学」共立出版